III JORNADA D'HISTÒRIA DE LA CIÈNCIA I ENSENYAMENT
NOVA ÈPOCA / VOLUM 1 (2) / 2008, p.167-179

# QUADRATURA I TRISECCIÓ A LA BARCELONA VUITCENTISTA

**FRANCESC X. BARCA SALOM**
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

Paraules clau: *matemàtiques, quadratura del cercle, trisecció de l'angle, Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, Junta de Comerç de Catalunya, segle XIX*

---

Squaring and trisecting in the XIX century in Barcelona

Summary: *The doubt surrounding the resolution of three classical problems of Greek geometry (doubling the cube, trisecting an angle and squaring the circle) that had puzzled mathematicians for centuries was cleared up in the xix century. Nevertheless during this time, some enthusiasts endeavoured to solve squaring the circle or trisecting an angle with ruler and compass and presented their findings at different scientific institutions. This paper examines the reports presented at the Royal Academy of Arts and Sciences of Barcelona and at the Board of Commerce of Catalonia in order to gain some insight into the diffusion of scientific discoveries between the enthusiasts and the academicians.*

Key words: *mathematics, squaring the circle, trisecting an angle, Royal Academy of Arts and Sciences of Barcelona, Board of Commerce of Catalonia, XIX century*

---

## Els tres problemes especials de la geometria grega

La ciència grega ens va llegar tres problemes que van ocupar en major o menor mesura l'interès dels matemàtics i dels aficionats a les matemàtiques al llarg dels segles: la duplicació del cub, la quadratura del cercle i la trisecció de l'angle. Al segle XIX, Pierre Wantzel va provar que només admetien solució amb les eines euclidianes aquells problemes els resultats dels quals fossin expressables mitjançant funcions algebraiques quadràtiques (Lapparent, 1895: 133-135). Així, tant la tri-

DOI: 10.2436/20.2006.01.71

secció com la duplicació resultaven irresolubles amb regle i compàs perquè la seva solució depenia d'una equació de tercer grau. La quadratura, en canvi, era un problema d'una altra natura, ja que estava lligat al número $\pi$. El 1761, Lambert ja havia provat la irracionalitat de $\pi$ i al 1882 Lindeman va demostrar la transcendència del nombre $\pi$ (Puig Adam, 1958: 297-302; Baker, 1979: 5-8; Jones *et al.*, 1992:115-153). Des d'aleshores havia de ser evident que no era possible la resolució dels tres problemes amb regle i compàs.

Els primers intents de la quadratura del cercle cal anar a buscar-los en un altre problema similar, la quadratura de les lúnules que va fer creure que la quadratura del cercle era possible. Per la mateixa època, el sofista Antifó i el socràtic Brisó van fer els primers intents. Un segle més tard, Hípies d'Elis (*c*. 450 aC) va inventar la quadratriu que Dinostrat (*c*. 350 aC) va utilitzar per quadrar el cercle (Loria, 1987: 74-94; Eves, 1983: 506-526). Arquimedes també va fer un altre intent de quadrar el cercle aplicant l'espiral (Arquimedes, 1910-1913; 1960). Tots aquests indicis apunten que els grecs ja eren conscients que el problema no era resoluble amb regle i compàs (Knorr, 1986; Kline, 1992; Heath, 1956; Rey Pastor & Babini, 1985; Hobson, 1969).

Tot i això, els intents de quadrar el cercle no es van aturar. Al segle XVII, per exemple, es va desfermar una agra polèmica entre Thomas Hobbes (1588-1679), que creia haver-ho resolt, i John Wallis (1616-1703), que defensava el contrari (Jesseph, 1999).

## Quadrar el cercle a Barcelona en el segle XIX

Per bé que els treballs de Lambert i de Wantzel posaven sobre la pista que els problemes no eren resolubles amb regle i compàs, alguns aficionats a les matemàtiques van tractar infructuosament de trobar-hi solució. També a Barcelona, durant el segle XIX, es va donar aquest fenomen no solament per la quadratura, sinó també respecte a la trisecció.

A Barcelona, a la primera meitat del segle XIX, l'absència d'universitat va ser coberta per dues institucions: La Reial Acadèmia de Ciències i Arts i la Junta de Comerç. Més tard, amb la restauració de la Universitat de Barcelona entre 1838 i 1842 i la creació de l'Escola Industrial el 1951, la situació acadèmica es va anar normalitzant (Nieto-Galan & Roca-Rosell, 2006: 273-288).

Va ser precisament en aquelles institucions prèvies a la universitat on es van dirigir els aficionats a les matemàtiques per presentar els seus treballs sobre quadratura i trisecció. La feina d'analitzar-los va correspondre bàsicament als professors de matemàtiques de les càtedres que aquelles institucions sustentaven.

En els arxius de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona i de la Junta de Comerç hem localitzat referències a sis treballs sobre la quadratura que cronològicament es poden classificar en tres períodes: 1) anteriors a la dominació absolutista; 2) posteriors a la dècada ominosa; 3) debat a la premsa entre diversos acadèmics. El quadre següent resum allò que és més essencial d'aquests treballs: quins eren els quadradors, quin valor de $\pi$ proposaven i quina resposta van donar els acadèmics.

| Quadradors | Raó de la circumferència al diàmetre | Resposta d'acadèmics |
|---|---|---|
| | **Anteriors a la dominació absolutista** | |
| Pablo Vallaure | $\frac{63}{20} = 3{,}15$ | Informe d'Agustí Canellas |
| Desconegut | | Informe de Sanponts sobre una refutació de Pere Màrtir Armet |
| Caetano Marchetti Tomassi | $3\,\frac{1102327469}{760326588} = 3{,}134583573$ | Informe de Joan Gerard Fochs adreçat al marquès de Llupià |
| | **Posteriors a la dècada ominosa** | |
| M. de Almd$^{a}$. Margard$^{e}$ | $3\frac{1}{8} = 3{,}125$ | Informe d'Onofre Novellas i Francesc Claret |
| Leoncio Agües | 3,1625 | Memòria de Laur Clariana |
| | **Debat a la premsa entre diversos acadèmics** | |
| José Fola Igúrbide | 3,14211356239… | Diversos articles a la premsa de Lauro Clariana, José Doménech Estapá i Miguel Marzal Bertomeu |

## Anteriors a la dominació absolutista

D. Pablo Vallaure, geòmetra de la ciutat d'Oviedo, va presentar, probablement entre 1804 i 1806, la memòria de la qual en fa un informe Agustí Canellas.[1] Aquest informe critica la proposta de Vallaure d'utilitzar la raó del diàmetre a la circumferència de 20/63, és a dir, $\pi = 63/20$. Canellas va trobar les longituds d'unes figures que haurien de ser inferiors i superiors, respectivament, al cercle, i va arribar a la conclusió que la major d'elles és menor que la circumferència. Cosa que provava que la raó donada per Vallaure és falsa per excés.

L'actitud de Vallaure era de gran petulància i el portava a creure que la seva solució era la més exacta, rigorosa, infal·lible i incontrastable. L'arrogància de Vallaure va motivar Canellas a suggerir a l'Acadèmia que no donés cap resposta.

El 1815 va anar a parar a les mans de Pere Màrtir Armet una memòria sobre la quadratura del cercle elaborada per algú que no hem pogut identificar. Armet va analitzar aquest escrit i va concloure que no era correcte. Aquesta conclusió li va permetre elaborar l'informe de refutació que va enviar a Francesc Sanponts, el qual va redactar un altre

1. Dictamen d'Agustín Canellas sobre «La quadratura del circulo y razón del diámetro a la circunferencia», de Pablo Vallaure. Arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (RACAB), 156.4 (CF 27).

informe i el va presentar a l'Acadèmia. En ell elogiava la feina d'Armet i el proposava com a acadèmic.[2]

Aquest informe es refereix a un treball sobre quadratura sorgit a partir d'un problema pràctic consistent a construir un sac de metralla que sigui capaç d'allotjar sis bales.

El problema d'artilleria a què fa referència Armet, construir un cercle que contingui set cercles menors, no és un altre que la versió plana del problema de l'empaquetament d'esferes. Juan Navarro Loidi, reconegut historiador de la tecnologia militar i col·lega de congressos i trobades, ha estat qui m'ha posat sobre la pista d'aquesta conclusió. Després, sols he hagut d'estirar del fil per veure que l'origen d'aquest problema es remunta, amb tota seguretat, als inicis de l'artilleria, però la seva formulació matemàtica s'enceta al segle XVI, quan Walter Raleigh (1554-1618) va demanar al matemàtic Thomas Harriot si coneixia un mètode senzill per calcular el nombre de bales de canó que es podien apilar. Harriot va escriure a Johannes Kepler, el qual, després de fer alguns experiments, va arribar a la conclusió que la disposició més eficient era la cúbica de cares centrades, la mateixa que feien servir els venedors de fruites per apilar taronges o els artillers per apilar bales sobre la coberta d'un vaixell. Aquest plantejament és conegut com la conjectura de Kepler (Auroux, 2000; Bachoc, 2003; Demarthon, 1998). Ha calgut esperar al 1998 perquè Thomas Hales presentés una temptativa de demostració amb l'ús de l'ordinador que ha rebut l'aprovació per a publicar la prova de la conjectura a la prestigiosa revista *Annals of Mathematics* (Hales, 2005: 1065-1185).

El tema de l'empaquetament d'esferes és un problema d'una gran transcendència i que té una gran aplicació en el camp de la informàtica. Serveix de fonament als codis que detecten i corregeixen errors i que es fan servir en l'emmagatzematge d'informació en discos compactes i per a comprimir informació que després serà enviada arreu.

El marquès de Llupià va lliurar a Joan Gerard Fochs, entre 1818 i 1820, un quadern escrit per un italià, Caetano Marchetti Tomassi, en què suposadament es resolia la quadratura. No es conserva aquest quadern, sinó només l'informe de Fochs.[3]

El fet de no disposar ni del treball de Tomassi ni de les figures de l'informe de Fochs fan pràcticament impossible l'anàlisi d'aquest manuscrit. No obstant això, Fochs posa de manifest que el manuscrit determina de manera errònia les arrels quadrades incommensurables, de manera que l'operació, $\sqrt{98}-7$, que dóna aproximadament 2,89949, Tomassi la fa exacta i igual a $2\,\frac{17}{18}$.

Aquestes simplificacions donen lloc a una raó de la circumferència al diàmetre de $3\,\frac{102327469}{760326588}$, valor de $\pi = 3{,}134583573$, que no convenç Fochs, ja que li sembla menys

2. Expedient personal de Pere Màrtir Armet. Arxiu RACAB.

3. Treball elaborat per Joan Gerard Fochs titulat: «Informe sobre la disertación o sea tratado del Sr Caetano Marchetti Tomassi sobre la cuadratura del círculo». Arxiu RACAB, 156.5 (CF 27).

exacte encara que les aproximacions que havien fet alguns matemàtics del segle anterior, com l'astrònom Edmond Halley (1656-1743) o el professor d'astronomia John Machin.[4]

## Posteriors a la dècada ominosa

El 20 de setembre de 1846, un tal M. d'A. M., que es presentava com a autor de l'obra *Tesoro de geometría*, va lliurar a la Junta de Comerç un text en què anunciava no solament haver quadrat el cercle, sinó també haver obtingut la rectificació de la circumferència.[5]

La resposta de la Junta de Comerç va consistir a passar-ho als dos professors que impartien matemàtiques: Onofre Jaume Novellas, que era catedràtic de Matemàtiques, i Francesc Claret, que impartia aritmètica i geometria pràctica a la càtedra de Càlcul i Escriptura Doble (Barca, 2005).

Tant Novellas com Claret eren conscients que el problema era irresoluble i molt probablement sabien que el 1761 Lambert havia provat la irracionalitat de $\pi$ i que a conseqüència d'això el problema havia perdut interès. Tant era així que l'Académie de Sciences de París no atenia aquesta mena de treballs (Jacob, 2005: 101). Els professors de la Junta de Comerç sabien que cap govern atorgava premis per aquesta qüestió i que aquesta creença era més aviat un rumor popular sense cap fonament. Tanmateix, afirmaven no haver pogut analitzar l'obra perquè l'autor no l'havia enviat, probablement perquè estava en l'espera de la millor oferta, o sigui, del millor postor.

El 15 de gener de 1849, l'autor d'aquest treball va tornar a enviar a la Junta de Comerç el text de la demostració de la quadratura acompanyat de cinc làmines que complementaven el seu treball. No tenim cap constància que arribés a les mans de Novellas i, encara que hagués estat així, és molt probable que no hi hagués pogut donar resposta, ja que al maig d'aquell any va caure malalt i a l'agost es va morir.[6]

El manuscrit del 1849 està signat per M. de Almdª. Margardᵉ i duu a terme una construcció amb regle i compàs consistent a traçar un cercle de 8 unitats de diàmetre, un quadrat inscrit de diagonal 8 i un quadrat circumscrit de costat 8. L'autor construeix un quadrat intermedi recorrent a la construcció d'uns triangles isòsceles auxiliars. Aquest plantejament recorda, en línies generals, l'antiga quadratura atribuïda a Brisó, i resulta ser un procediment utilitzat per diversos quadradors en el segle XVIII. Marie Jacob, en un llibre

4. Aquestes simplificacions eren habituals. Per exemple, La Frainaye va obtenir un valor de $\pi = \frac{256}{81}$ utilitzant la igualtat $\sqrt{a} = \frac{a}{8}$ (Jacob, 2005: 94).

5. Arxiu Junta de Comerç, lligall CI, 1, 503-510.

6. «La cuadratura del círculo y la circulación del cuadrado —o sea— La reducción del círculo a un cuadrado, y de este a un círculo, de la misma área» de M. de Almdª Margardᵉ. Arxiu Junta de Comerç, lligall CL, 3-9.

publicat recentment, recull quatre treballs de quadratura similars que parteixen d'un quadrat de costat 8 del qual mesuren els quadradets en què és dividit.[7]

Els resultats numèrics de la quadratura de M. d'A. M. són determinats solament mitjançant la graduació de la línia central del dibuix, la qual esta dividida en 10 parts. A aquesta línia se n'han superposat d'altres dividides en 4 parts i d'altres en 8 parts, totes elles disposades com si d'un nònius es tractés.

Però el valor de π aconseguit per l'autor d'aquesta memòria era, de fet,

$$\pi = \frac{(4\sqrt{2}+4\sqrt{2\sqrt{2}-1}-4)^2}{16} = 3{,}120193736$$

com hem pogut comprovar resolent el problema per geometria analítica, i no el de 3,125, que és el que l'autor dóna per bo.

El 21 de gener de 1885, Laur Clariana va presentar una memòria a l'Acadèmia dedicada al que ell denomina *un escàndol matemàtic*, la publicació d'un opuscle sobre la quadratura del cercle per Leonci Agües.[8]

Dues són les publicacions realitzades per Leonci Agües sobre la quadratura: *La cuadratura del círculo* (Agües, 1884) i *Relación de la circunferencia al diámetro* (Agües, 1885) relligada al final de la revista el *Porvenir de la Industria*.

Cansat de no ser escoltat, Agües va optar per enviar aquest text a la Reial Acadèmia de Ciències Exactes, Físiques i Naturals de Madrid. La presentació d'aquesta memòria a l'Acadèmia de Madrid, juntament amb la publicació dels resultats són els fets que més va irritar Laur Clariana i el van conduir a llegir la memòria sobre aquest tema en una sessió de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona. A més, la resposta de l'Acadèmia de Madrid fou més tèrbola i molt poc contundent. Tanmateix, ni l'Acadèmia de Madrid ni Laur Clariana eren coneixedors que Lindemann ja havia provat la transcendència del nombre π (Garma & Lusa, 1995: 548).

Clariana recull algun dels errors d'Agües. Així doncs, confon l'àrea de l'hexàgon amb el seu semiperímetre i fa servir igualtats com aquesta:

$$\pi = \frac{Superfície}{4\sqrt{Superfície}} = \frac{1}{16}\ Superfície$$

Quan va acabar la lectura a l'Acadèmia de la memòria de refutació, es va suscitar un intens debat entre els acadèmics. Tots ells subscrivien l'essencial del raonament de Clariana,

7. Marie Jacob defensa que la figura del quadrat inscrit en un cercle i el quadrat intermedi es troba inicialment en el text del jesuïta il·lustrat francès Pardies *Éléments de Géométrie*, el qual l'utilitza per a definir el problema de la quadratura. Aquest dibuix deuria alguna influència entre els quadradors com Nicolas Isambart, Fabre, el cavaller Causans i Liguer, que l'empraren per a tractar d'aconseguir un valor de π = 3,125 (Jacob, 2006: 158-162).

8. Arxiu RACAB, 84.18 (CF 28).

però discrepaven en l'actitud. La posició moderada considerava que convenia evitar la polèmica amb l'autor i per això es va acordar que l'Acadèmia es quedés al marge.[9]

### Debat a la premsa entre diversos acadèmics

El 4 de novembre de 1897, l'Acadèmia va acordar de manera formal no acceptar cap treball més sobre quadratura:

> Igualmente fueron aprobados los dictámenes emitidos por la Comisión permanente de matemáticos que se agregó al académico perteneciente a la de Astronomía y Geodesia Sr. Doménech y Estapá acerca de unos problemas geométricos publicados por D. Leandro de San Germán y de la obra publicada por D. Jose Fola e Igúrbide titulada «La Nueva Ciencia Geométrica».
>
> A propuesta de la misma comisión quedó acordado que, al igual que han establecido otras academias, no se admitan en lo sucesivo para su informe todos aquellos trabajos que, como los relativos a la determinación exacta de $\pi$, movimiento continuo y demás análogas, se refieran a problemas declarados insolubles por la Ciencia siendo por tanto inútiles cuantos esfuerzos intelectuales a los mismos se dediquen. Confiose la ejecución de este acuerdo a la Presidencia, dejando a su discreción el consultar o no en cada caso las Comisiones permanentes a quienes pudiera competer el asunto.[10]

Aquesta decisió venia motivada per la publicació de dos treballs: un de Leandro de San Germán sobre la trisecció de l'angle (San Germán, 1897) i l'altre l'obra titulada *Nueva ciencia geométrica* de l'autor teatral José Fola Igúrbide (Fola, 1897), que tractava, entre altres coses, de la quadratura del cercle. Tanmateix, la decisió es prenia una mica massa tard, ja que arribava 122 anys després que l'Académie de Sciences acordés quelcom semblant i 15 anys després que Lindemann provés la transcendència de $\pi$.

Tot va començar quan José Fola, un autor teatral reconegut i aficionat a les matemàtiques, va enviar la seva obra a l'Acadèmia.[11] No va rebre cap resposta. No obstant això, la publica-

---

9. Acta de la Junta General de 21 de gener de 1885. *Libro de Actas de Juntas Generales. 19 de octubre 1884 - 15 diciembre 1890*, Arxiu RACAB.

10. Acta de la Junta General d'11 de febrer de 1885. *Libro de Actas de Juntas Generales. 19 de octubre 1884 -15 diciembre 1890*, Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona.

11. José Fola Igúrbide (?-1918) havia publicat el 1886 un drama en tres actes titulat *Teresa* i el 1895, la comèdia *El mundo que nace*, que es va estrenar en el teatre El Dorado de Barcelona el 12 de juny de 1895. Posteriorment, va publicar i estrenar diverses obres teatrals. No sabem l'origen del seu interès per les matemàtiques, però pot ser per influència del seu germà Apolinar, capità de carrabiners originari de Sòria però establert a València i molt afeccionat a les matemàtiques. Tant és així que va arribar a ser acadèmic de la Real Academia de Ciencias Exactas y Naturales de Madrid. L'altre participant en la polèmica, el pare escolapi Eduard Llanas (1843-1904), tenia formació científica i havia estat director del Real Colegio de San Antón i del Colegio de Guanabaca a Cuba (Bernalte & Llombart, 1992).

ció al *Diario de Barcelona* d'un article escrit per un escolapi i professor de matemàtiques, Eduard Llanas (1843-1904), va forçar a intervenir els acadèmics més combatius. El primer a replicar va ser Josep Domènech i Estapà (1858-1904) (Viñas, 1987: 145; Bernalte & Llombart, 1992).

Durant el mes d'octubre d'aquest 1897 el debat va saltar del *Diario de Barcelona*[12] a un altre diari que feia poc que es publicava, *La Vanguardia*.[13] El to de la polèmica es va anar aixecant amb acusacions, desqualificacions i atacs personals. No obstant això, Josep Domènech i Estapà, Laur Clariana i Miquel Marzal Bertomeu en cap cas esmenten ni Lindemann ni la transcendència de $\pi$, cosa que hauria servit per tancar definitivament la polèmica. Però ni els quadradors ni els acadèmics en tenien notícia (Garma & Lusa, 1995: 549).

## La trisecció de l'angle

L'altre problema irresoluble que va afectar l'Acadèmia de Ciències de Barcelona en el segle XIX va ser el de la trisecció. A diferència dels altres dos primers problemes, en el cas de la trisecció és possible resoldre certs casos particulars com, per exemple, l'angle de 90º. Però és impossible trobar un mètode general per dividir un angle arbitrari en tres parts iguals utilitzant únicament aquelles eines euclidianes.

Tanmateix, la resposta al problema de la trisecció la va donar un procediment que, tot i ésser conegut, no era resoluble amb regle i compàs: la *neuseis* (Heath, 1981; Eves, 1983).

La trisecció va poder ser abordada amb el recurs a corbes mecàniques. Nicomedes va aplicar la concoide; Hípies d'Elis, la quadratriu; Arquimedes, l'espiral, i Apol·loni, les còniques. Arquimedes va proposar un mètode que era al més semblant possible a una resolució amb les eines euclidianes si no fos perquè aquí també s'emprava la *neuseis* (Pappus, 1982: 206-233).

Trobem alguns intents de resolució al llarg dels segles. Un dels més curiosos és el que va tenir lloc el 1835 amb el recurs a un estri: el Tomahawk (Eves, 1983: 512). La demostració, el 1837, de Pierre Laurent Wantzel (1814-1848) hauria hagut de significar el final d'aquesta història, ja que la trisecció de l'angle és un problema de tercer grau en què, si a $3\alpha = \varphi$, aleshores resulta que (Puig Adam, 1958):

$$4\cos^3 \frac{1}{3}\varphi - 3\cos\frac{1}{3}\varphi - \cos\varphi = 0$$

12. *Diario de Barcelona*, 5 d'octubre de 1897, 11.530-11.532; 6 d'octubre de 1897, 11.573; 8 d'octubre de 1897, 11.662-11.663. També a *La Publicidad*, 7 d'octubre de 1897, 3.

13. *La Vanguardia*, 13 d'octubre de 1897, 5; 15 d'octubre de 1897, 4; 16 d'octubre de 1897, 4; 19 d'octubre de 1897, 4; 20 d'octubre de 1897, 4; 21 d'octubre de 1897, 4; 22 d'octubre de 1897, 4-5; 24 d'octubre de 1897, 4; 24 d'octubre de 1897, 4; 26 d'octubre de 1897, 4. També al *Diario Mercantil*, 29 d'octubre de 1897, 3; 1 de novembre de 1897, 1; 8 de novembre de 1897, 3.

Però no va ser així. El 1863, l'acadèmic Baltasar Cardona va presentar una memòria titulada «Ensayos elementales sobre la trisección de un arco». Leandro de San Germán Malet va publicar tres treballs sobre la trisecció (San Germán, 1886, 1897, 1899) i José Fola Igúrbide va tractar aquest tema a *La nueva ciencia geométrica* (Fola, 1897). Finalment, el 1911, Jeroni Anyé Casanovas va publicar el fulletó *Trisección del ángulo rectilíneo. Su teoría y resolución* (Anyé, 1911).

## Trisecar a Barcelona en el segle XIX

Baltasar Cardona i Escarrabill havia nascut a Manresa el 1828, s'havia format inicialment al Seminari Conciliar de Vic, va obtenir el batxiller en ciències a la Universitat de Barcelona que el va facultar per a ser professor de primer i de segon ensenyament. També assolí la formació de mestre d'obres i d'agrimensor (Elias de Molins, 1889). El 16 d'abril de 1862 va ser escollit acadèmic de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona i el 1866 va fer-se càrrec interinament de la càtedra de Matemàtiques d'aquesta institució. Al novembre de 1863 va llegir, de torn, la memòria titulada «Ensayos elementales sobre la trisección de un arco». [14]

La seva actitud davant el problema de la trisecció era d'extrema prudència, de manera que no queda prou clar si estava convençut de la possibilitat de resolució de la trisecció de l'angle amb regle i compàs o es plantejava presentar el recurs a altres formes no vàlides amb les eines clàssiques. Les dues solucions presentades no aconsegueixen trisecar l'angle amb només regle i compàs, sinó que fan recurs a còniques o a la inserció, dos procediments força coneguts a l'antiguitat clàssica.

Aquesta va ser l'única trisecció presentada a l'Acadèmia i llegida com a memòria en la qual, a jutjar pel que diu l'acta de la sessió, no va donar lloc a cap observació per part dels acadèmics assistents.[15] Aquesta actitud dels acadèmics evidencia que encara no havien perdut l'esperança que el problema de la trisecció pogués ser resolt algun dia.

Leandro de San Germán va néixer a Barcelona el 1832 i quan tenia 25 anys es va matricular a la Universitat de Barcelona d'una assignatura solta de física amb el professor Antoni Rave.[16] Va ser l'assistència en aquesta classe el que el va incitar a estudiar el problema de la trisecció. El fet d'aconseguir, el 1861, algunes triseccions particulars com la de 90º o 180º el va animar a continuar. Més tard, el 1888, va fer un recull de problemes i fórmules que també va publicar i, finalment, entre 1892 i 1898 va dedicar-se a estudiar la trisecció de l'angle de 60º. Aquest darrer treball, que va presentar a l'Acadèmia, fou rebutjat com els anteriors.

San Germán era conscient que la trisecció amb regle i compàs sols era possible en alguns casos particulars. Aquesta peculiaritat li semblava un indicatiu que hi havia encara esperances de trobar una solució general.

14. Expedient personal. Arxiu RACAB i Arxiu Universitat de Barcelona.
15. Acta de la RACAB de 29 de gener de 1863. Llibre d'actes de maig 1858 a abril 1871, p. 64. Arxiu RACAB.
16. Expedient personal, Arxiu Universitat de Barcelona.

L'obra de José Fola Igúrbide *La nueva ciencia geométrica* va generar un gran escàndol per la quadratura, però va passar totalment desapercebuda per la trisecció que també resolia. A principi del nou segle un capità d'enginyers, Pompeu Martí, del qual tenim notícies gràcies a la *Revista Tecnológico Industrial*, va escriure un breu article que tractava de la corba Fola: «la curva en cuestión que el autor supone inventada por el Sr. Fola no es más que la cuadratriz» (J. S., 1900).

Finalment, uns anys més tard, ja en el segle XX, Jeroni Anyé Casanova, capità de la marina mercant i professor de nàutica, encara que no de l'Escola de Nàutica de Barcelona, on no va ser ni alumne, va presentar a l'Acadèmia un opuscle sobre la trisecció titulat «Trisección del ángulo rectilíneo, su teoría y resolución». La resposta de l'Acadèmia va ser clara i contundent: les resolucions de problemes d'aquest tipus no eren acceptades en aquesta institució.

Per a resoldre la trisecció, Anyé recorre a regles graduats i a estris similars al Tomahawk. A més, algunes de les resolucions es basen en la famosa *neuseis*, inserir segments d'una dimensió determinada, com ja s'havia fet des de l'època clàssica (Anyé, 1911).

## Conclusions

Els treballs sobre la quadratura i la trisecció que involucraren directament o indirectament la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona posen de manifest un problema que plana en tots ells: la difusió de les descobertes científiques. Abans de finals del segle XIX hi ha tres troballes fonamentals que afecten la resolubilitat dels tres problemes especials de la matemàtica grega. Dues afecten el nombre $\pi$ i, de retruc, la quadratura: la prova de la irracionalitat que va tenir lloc el 1761 i la de la transcendència, el 1882. L'altra afecta més directament la trisecció i la duplicació. És la demostració del grau, algebraicament parlant, que podien tenir els problemes per a poder ser resolts amb regle i compàs.

El desconeixement dels treballs de Lambert entre els acadèmics barcelonins a principis del segle XIX va portar, com a conseqüència, els dictàmens de Canellas i l'informe de Fochs. La ignorància dels treballs de Lindemann, a la fi del segle, va ocasionar la impugnació de Clariana i tota la polèmica en la premsa pel cas del llibre de José Fola. En canvi, el coneixement de la irracionalitat de $\pi$ a mitjan segle va comportar la resposta de Novellas i de Claret, en la qual queda evidenciat que es tenia notícia de les actuacions de l'Acadèmia de Ciències de París en casos similars i que l'agafaven com a referència. La posició adoptada a finals de segle per l'Acadèmia de Ciències de Barcelona de no admetre cap treball relatiu a aquests problemes té molt a veure amb la influència de la institució homòloga francesa, tot i que amb un retard de més d'un segle.

Ara bé, en el cas de la quadratura hi havia desconeixement de les descobertes més recents, però la resposta de l'Acadèmia va ser en tot moment correcta. En el cas de la trisecció, la situació va resultar molt més peculiar, ja que hi va haver un acadèmic que va presentar una memòria de trisecció, uns trenta anys després dels treballs de Wantzel, i no va rebre cap rèplica ni cap crítica.

La poca difusió de troballes, com la de Wantzel, es pot deure, entre altres factors, a qüestions intrínseques del mateix autor. Wantzel va morir molt jove i sols va publicar un article sobre aquesta temàtica. També es pot deure a la poca difusió del mitjà en què es fa la publicació. Wantzel ho publica en el *Journal de Mathematiques* de Liouville, revista a la qual l'Acadèmia de Ciències de Barcelona no se subscriu fins uns trenta anys després que l'article veiés la llum. Un darrer factor pot ser l'aïllament del lloc receptor. En el moment de la troballa, l'Acadèmia acabava tot just de sortir d'un període de clausura i totes les energies se centraren a recompondre les activitats i en la docència, per tal de facilitar la prompta restauració de la Universitat.

La naturalesa del problema de la trisecció també és un altre factor a tenir en compte perquè ni els aficionats ni els acadèmics perdessin l'esperança que finalment podria ser resolta la trisecció amb les eines euclidianes. El cas de la memòria de Cardona n'és l'exemple més clar, ja que no sols ell sinó tots els altres acadèmics que l'escoltaren no reaccionaren en contra.

Finalment, la quadratura va ser l'espurna que va portar l'Acadèmia a no admetre cap treball d'aquest tipus inclosa la trisecció i, arran d'això, quedaren al marge tots els altres treballs posteriors, que són pocs, pel que fa a la quadratura, però uns quants més respecte a la trisecció.

## Bibliografia

ARXIU DE LA REIAL ACADÈMIA DE CIÈNCIES I ARTS DE BARCELONA (RACAB), 156.4 (CF 27).

AGÜES, L. (1884), *La cuadratura del círculo*, Barcelona, Tipografía La Academia.

— (1885), *Relación de la circunferencia al círculo*, Barcelona, Establecimiento Tipográfico de los Sucesores de Narciso Ramírez y Cía.

ANYÉ CASANOVAS, G. (1911), *Trisección del ángulo rectilíneo: Su teoría y resolución*, Vilassar de Mar, Imprenta Collet.

ARQUIMEDES (1910-1913), *Archimedes Opera Omnia*, Leipzig, Heiberg.

— (1960), *Les Oeuvres Complètes d'Archimède*, Liège, Vaillant-Carmanne.

AUROUX, D. (2000), *Tas d'oranges, cristaux et empilements de sphères*, CNRS, École Polytechnique. <http://www-math.mit.edu/~auroux/papers/beaubourg-notes.pdf>

BACHOC, C. (2003), *Cercles et sphères*. <http://www.math.u-bordeaux.fr/ ~bachoc/Mathenjean.pdf>

BAKER, A. (1979), *Transcendental number theory*, Cambridge, University Press.

BARCA SALOM, F. X. (2005), *Onofre Jaume Novellas i Alavau (Torelló, 1787 - Barcelona, 1849). Matemàtiques i astronomia durant la Revolució Liberal*, Barcelona, SCHCT. (Col·lecció d'Història de la Ciència i de la Tècnica; 4)

— (2006), «La actitud de cuadradores y académicos en Barcelona durante el siglo XIX», *Arbor*, **718**, 219-236.

BERNALTE, A.; LLOMBART, J. (1992), «Els matemàtics professionals barcelonins en una polèmica sobre la quadratura del cercle (1897)». A: CAMARASA, J. M. *et al.* (coord.), *Actes de les I Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Barcelona, SCHCT, 223-234.

DEMARTHON, F. (1998), *Kepler avait raison*. <http://www.infoscience.fr/articles/>

ELIAS DE MOLINS, A. (1889), *Diccionario biográfico y bibliográfico de escritores y artistas catalanes del siglo XIX*, Barcelona, [s. n.].

EVES, H. (1983), *An introduction to the history of mathematics*, Nova York, C. B. S. College Pub.

FOLA IGÚRBIDE, J. (1897), *La nueva ciencia geométrica*, Barcelona, J. Romá.

GARMA PONS, S.; LUSA MONFORTE, G. (1995), «Laur Clariana i Ricart. L'assimilació de la Matemàtica del segle XIX». A: CAMARASA, J. M.; ROCA ROSELL, A., *Ciència i tècnica als Països Catalans: Una aproximació biogràfica als darrers 150 anys*, Barcelona, Fundació Catalana per a la Recerca, 523-564.

HALES, T. C. (2005), «A proof of the Kepler conjecture», *Annals of Mathematics*, **162**, 1065-1185.

HEATH, T. (1956), *The thirteen books of Euclid's elements*, Nova York, Dover.

— (1981), *A history of Greek mathematics*, Nova York, Dover.

HOBSON, E. W. (1969), *Squaring the circle,* Cambridge, Cambridge University Press.

J. S. (1900), «La curva de Fola – Estudio y aplicaciones geométricas de esta curva por D. Pompeyo Martí; capitán de ingenieros», *Revista Tecnológico Industrial*, 245-247.

JACOB, M. (2005), «Interdire la quadrature du cercle à l'Académie: une décision autoritaire des lumières?», *Revue d'Histoire des Mathématiques*, **11**, 89-139.

— (2006), *La quadrature du cercle. Un probleme à la mesure des Lumières*, Poitiers, Fayard.

JESSEPH, D. M. (1999), *Squaring the circle: The War between Hobbes and Wallis*, Chicago, University Press.

JONES, A.; MORRIS, S. A.; PEARSON, K. R. (1992), *Abstract algebra and famous impossibilities*, Nova York, Spring-Verlag.

KLINE, M. (1992), *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*, Madrid, Alianza Universidad.

KNORR, W. (1986), *The ancient tradition of geometric problems*, Boston, Birhäuser.

LAPPARENT, A. (1895), «Wantzel». A: ÉCOLE POLITECHNIQUE, *École Politechnique: livre du centenaire (1794-1894)*, vol. I, París, Gauthier-Vilars, 133-135.

LORIA, G. (1987), *Le Scienze Esatte nell'Antica Grecia*, Milà, Cisalpino-Goliardica.

NIETO-GALAN, A.; ROCA-ROSELL, A. (2006), «Scientific education and the crisis of the university in 18th century Barcelona». A: FEINGOLD, M.; NAVARRO-BROTONS, V., *Universities and Science in the Early Modern Period*, Dordrecht, Springer.

PAPPUS D'ALEXANDRIE (1982), *La Collection Mathématique*, París, Blanchard.

PUIG ADAM, P. (1958), *Curso de geometría métrica*, Madrid, Nuevas Gráficas.

REY PASTOR, J.; BABINI, J. (1985), *Historia de la matemática*, Barcelona, Gedisa.

SAN GERMÁN MALET, L. (1886), *Ensayos elementales sobre la trisección de un arco*, Barcelona, Imprenta y Litografía de los Sucesores de Ramírez y Cía.

— (1897), *Problemas geométricos: División exacta de circunferencia y arcos particulares sin tanteo*, Barcelona, Henrich y Cª.

— (1899), *Geometría elemental: Problema de la trisección del ángulo*, Barcelona, Henrich y Cª.

VIÑAS RIERA, J. (1987), «El zero i l'infinit: la geometria a Barcelona al tombant del segle». A: INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS (1987), *Cinquanta anys de ciència i tècnica a Catalunya*, Barcelona, Institut d'Estudis Catalans, 135-148.